Прогнозирование аномальной приземной температуры

Приземная температура является одним из наиболее важных метеорологических параметров. Аномальная температура характеризуется значениями, отличающиеся от средних значений, и которые продолжаются в течение относительно длительного интервала. Обычно говорят о суровой зиме и жарком лете, поэтому прогноз аномальной температуры следует относить к долгосрочному прогнозированию.Для построения алгоритма долгосрочного прогнозирования проведем анализ длинного ряда измерений температуры в г. Москва (интервал 1936г.-1977г.).

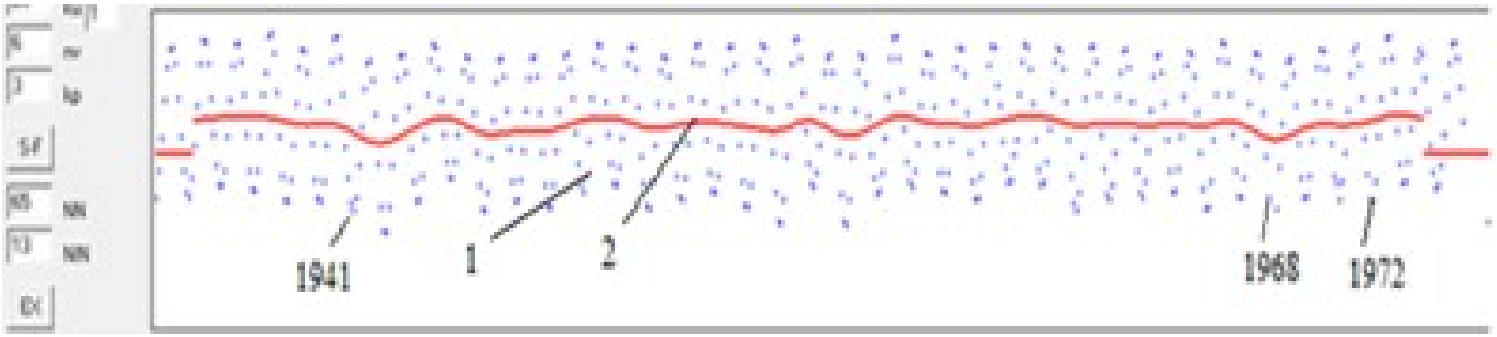
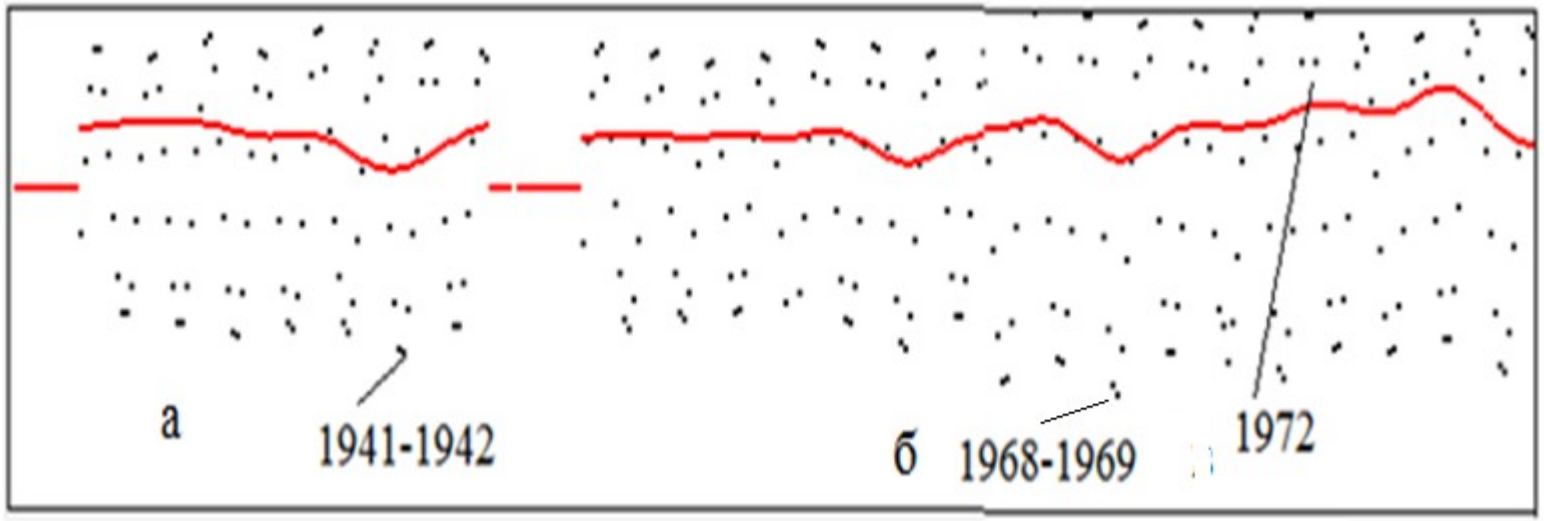


Рис.1. Составляющие приземной температуры.
Под номером 1 обозначены дискретные отсчеты длинного ряда среднемесячной температуры, под номером 2 – низкочастотная составляющая (фильтрация кривой 1).

Анализ температурных составляющих. Москва.



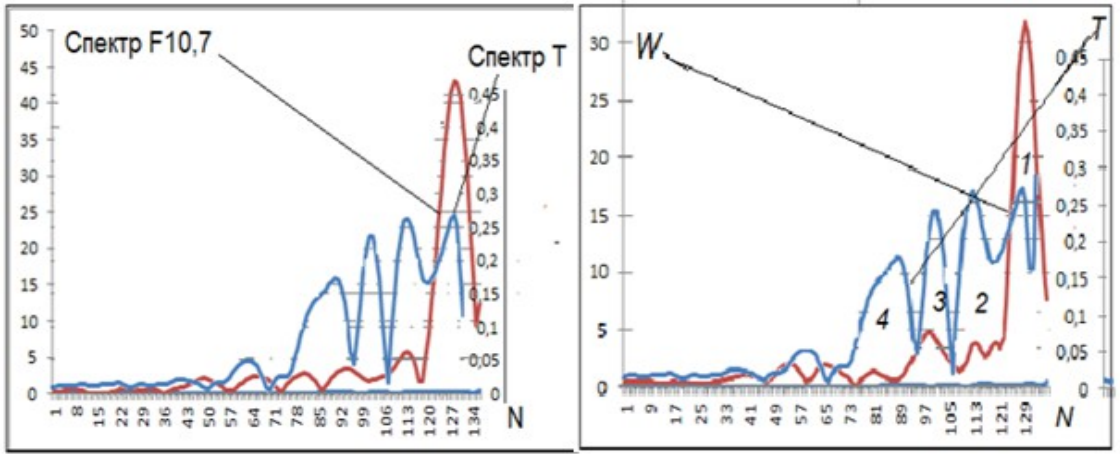
На рис.2 представлен фрагмент а, из которого следует, что совпадение по фазе кривых 1 и 2 соответствует совпадение минимума низкочастотной составляющей с октябрем 1941 г., б – зима 1968-1969 совпадает с минимум низкочастотной составляющей, а также жаркое лето 1972г. Таким образом, вариации низкочастотной составляющей могут служить индикатором наступления аномальных значений температуры, а в целом, сама низкочастотная составляющая может служить для долгосрочного прогнозирования приземной температуры.

Для определения источника вариаций низкочастотной составляющей температуры можно провести частотный анализ длинного ряда этой составляющей.

Спектральный анализ низкочастотной составляющей

Для расчета спектра дискретного процесса использовалось Интегральное дискретное преобразование Фурье (ИДПФ). Была сформулирована схема вклада отдельного отсчета в спектр дискретного процесса, на основе которого создан алгоритм расчета спектра финитного дискретного процесса.

На рисунке представлены графики спектров излучения на длине волны 10,7 см. чисел Вольфа W и приземной температ



Номер гармоник	1	2	3	4
W (год)	10,7	5,3	3,4	2,5
T (год)	10,0	4,9	3,0	2,3

Таблица первых четырех спектров составляющих активности Солнца и приземной температуры

Методические основы прогнозирования дискретных наблюдения.

Одним из методов прогнозирования являются методы экстраполяции, для которых проблема обработки результатов наблюдений приобретает первостепенное значение.

Как правило, данные наблюдений представлены в виде равноудалённых дискретных отсчетов. Получение достоверной научной информации по массивам таких данных связано с решением целого ряда проблем методического характера. Конечным результатом обработки данных наблюдения любой геофизической службы является получение прогноза состояния объекта наблюдения.

В качестве алгоритма экстраполяции выберем формулу разложения функции $f(x)$ в точке x_0 в ряд Тейлора

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

Условие разложения функции в ряд Тейлора может служить условием прогнозирования процесса: «Процесс прогнозируем, если он непрерывен и имеет производные вплоть до *n-го* порядка, или процесс имеет ограниченный спектр». Из условия прогнозируемости следует необходимость восстановить дискретный процесс в непрерывный функцию, то есть решать задачу аппроксимации.

Отметим два фактора, влияющих на решение задачи прогнозирования:

Во-первых, следует определить свойства точки, которая лежит между областями прошлого и будущего. С математической точки зрения, эту точку следует считать точкой разрыва. Математический анализ утверждает, что аппроксимация функции с разрывами приводит к явлению Гиббса, которое препятствует адекватному определению состояния процесса в области будущего времени.

Во-вторых, - непрерывная функция до текущего момента представляет собой финитную функцию во времени,

а функция, полученная в области прогнозирования, согласно условию прогнозирования, финитна по спектру.

Таким образом, финитная функция во времени должна иметь функциональную связь с финитной функцией по спектру. Между тем, в теории рядов Фурье известно, что финитную функцию во времени невозможно выразить через финитную функцию по спектру. Таким образом, с математической точки зрения задача прогнозирования относится к классу нерешаемых.

Построение алгоритма экстраполяции

Алгоритм приближения реального процесса будет строиться на базе спектрального его представления, т. е. будет принято, что реальный процесс является суммой гармонических составляющих.

$$y(t) = \sum_i A_i \cos(\omega_i t + \varphi_i),$$

без каких-либо ограничений ее спектрального состава. Эта сумма может не быть рядом Фурье, т. е. частоты составляющих могут не быть кратными.

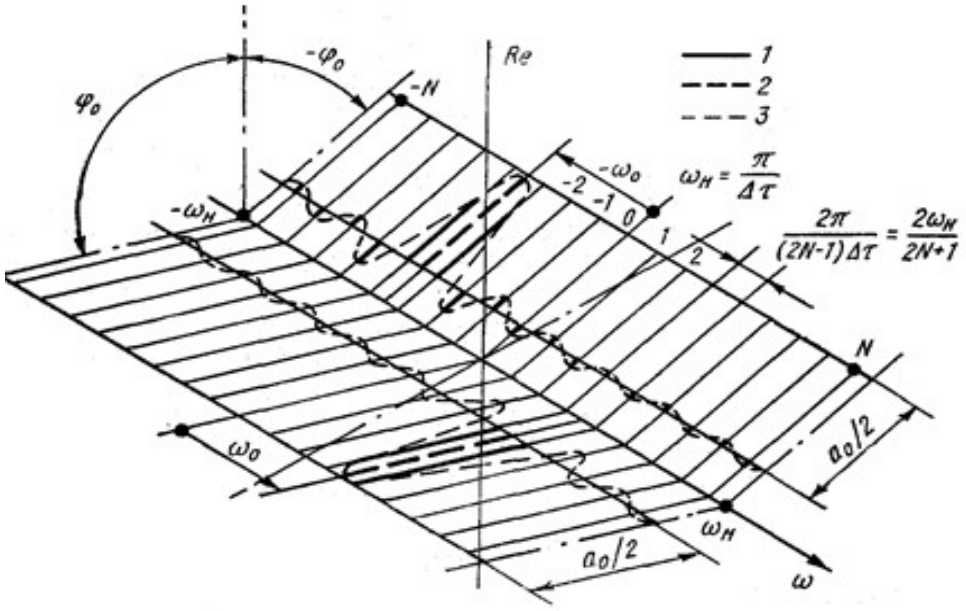
Выражение, представляющее результат измерения реального геофизического процесса, имеет вид конечного числа дискретных отсчетов.

$$y(t_n) = v(t_n) \sum_i A_n \sin(\omega_i t_n + \phi_i), \qquad (\quad)$$

где $v(t_n)$ - «выделяющая единичная прямоугольная функция, отображающая интервал измерения и имеющая бесконечный спектр.

Для определения свойств Выражения (А) рассмотрим спектр его составляющей.

Спектр составляющей результата измерений и его свойства



Технология прогнозирования модулированного процесса.

Прогнозирование финитной во времени функции возможно либо, проведя предварительно демодуляцию, либо демодуляция должна проводится в процессе прогнозирования. При этом требуется учитывать, что исходный процесс задан в дискретном виде, который необходимо восстановить в непрерывный.

Для проведения демодуляции и вывода алгоритма прогнозирования воспользуемся тригонометрическим тождеством:

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+)\right] \qquad (Б)$$

Следствием тождества является следующие утверждения:

«Произведение двух ограниченных по спектру функций является функцией, с симметричным и ограниченным спектром». «Если произведение двух ограниченных по спектру функций имеет симметричный и ограниченный спектр, то неизвестный сомножитель в (Б) может быть получен из соотношения

$$\sin\alpha = \frac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{2\sin\beta}.$$

Алгоритм экстраполяции

Для формирования ограниченного спектра выделяющей функции достаточно заменить прямоугольную выделяющую функцию на выделяющую функцию с ограниченным спектром, что приведет к симметричности спектра произведения «выделяющей функции с

$$\tilde{y}(d) = \frac{\sum_{n=1}^{N} y(n) b_n \sin \pi (d-n)}{N}, \qquad d = \frac{t}{\Delta\tau}, \qquad y'(m) = \sum_{n=1}^{N} \left[y(n) - y(m) \right] \frac{b_n}{b_m} \frac{(-1)^{(m-n)}}{m-n}.$$

Демонстрация алгоритма прогнозирования

PrgtemD.exe

Выводы. Особенности и значение разработки алгоритма экстраполяции.

Представлено научное обоснование метода прогнозирования.

Научное обоснование определяется из анализа характеристик прогнозируемого процесса, позволившего сформулировать требования ограниченности спектра к прогнозируемому процессу.

- введено понятие точки между прошлым и будущим. Эта точка, исходя из математических определений, является точкой разрыва;
- аппроксимация процесса с точками разрыва приводит к явлению Гиббса;
- прогнозируемый процесс является финитной функцией во времени и представляет собой промодулированный сигнал;
- построение алгоритма экстраполяции основывается на методах демодуляции;
- интервал адекватного прогноза зависит от параметров цифровых фильтров и точности измерений;