Институт земного магнетизма ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова

Применение цифровой фильтрации при прогнозировании солнечной активности

Рождественский Дмитрий Борисович к.ф.-м.н.
Рождественская Вера Ивановна к. ф. -м. н.
Телегин Виктор Алексеевич. к.ф.-м.н. зав. Лаборатории

Прогнозирование солнечной активности

Одним из методов прогнозирования являются метод экстраполяции, для которого первичная обработки результатов наблюдений приобретает первостепенное значение.

Как правило, данные наблюдений представлены в виде равноудалённых дискретных отсчетов. Получение достоверной научной информации по массивам таких данных связано с решением целого ряда проблем методического характера. Конечным результатом обработки данных наблюдения любой геофизической службы является получение прогноза состояния объекта наблюдения.

В качестве алгоритма экстраполяции выберем формулу разложения функции $f(x)$ в точке x_0 в ряд Тейлора

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

Условие разложения функции в ряд Тейлора может служить условием прогнозирования процесса: «Процесс прогнозируем, если он непрерывен и имеет производные вплоть до *n-го* порядка, или процесс имеет ограниченный спектр». Из условия прогнозируемости следует необходимость восстановить дискретный процесс в непрерывную функцию, то есть решить задачу аппроксимации. Конечная точка измеренных данных является точкой разрыва. Аппроксимация функции с разрывами приводит к явлению Гиббса, которое препятствует адекватному определению состояния процесса в области будущего времени.

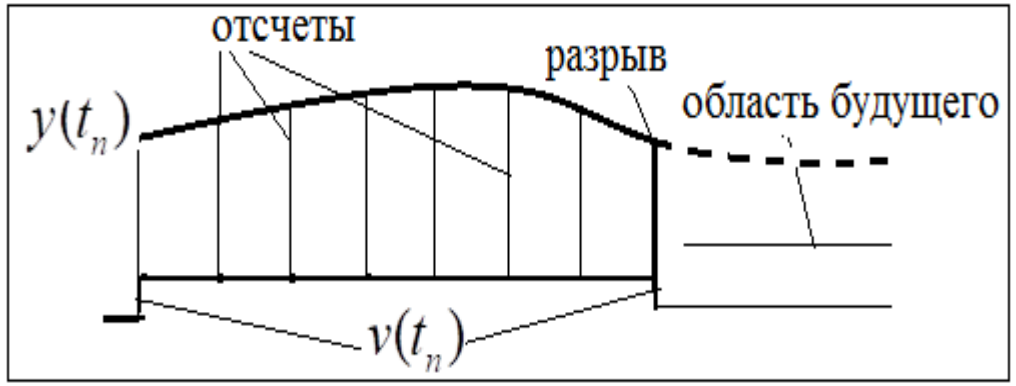
Постановка задачи прогнозирования

Солнечная активность (СА) представляет собой стохастический чрезвычайно сложный процесс, который с точки зрения спектрального анализа, можно представить суперпозицией отдельных гармоник.

$$y(t) = \sum_i c_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$$

Результат измерения - дискретная функция

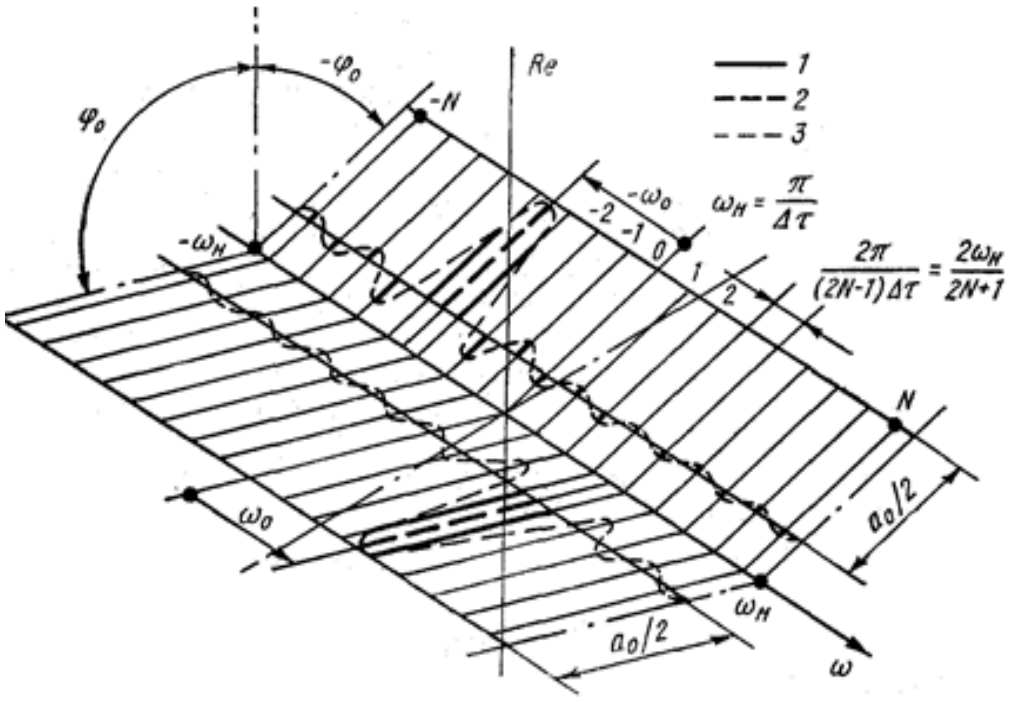
$$y(t_n) = v(t_n) \sum_i A_n \sin(\omega_i t_n + \phi_n). \quad v(t_n) - \textit{единичная прямоугольная функция}$$



При аппроксимации функций с разрывами возникает явление Гиббса, которое искажает результат прогнозирования. Чтобы исключить явление Гиббса обратимся к спектру составляющей.

2. Спектр составляющей результатов измерений можно рассматривать как моделированный сигнал. Несущей служит сама составляющая–неизвестная, а модулирующей функцией является выделяющая функция и она известна. Чтобы получить составляющую необходимо провести демодуляцию.
Демодуляция осуществляется с помощью выражения

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$$



Следствием тождества является следующие утверждение: «Произведение двух ограниченных по спектру функций является функцией, с симметричным и ограниченным спектром». «Если произведение двух ограниченных по спектру функций имеет симметричный и ограниченный спектр, то неизвестный сомножитель в (А) может быть получен из соотношения

$$\sin\alpha = \frac{\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)}{2 \cdot \sin\beta}.$$

Алгоритм экстраполяции

Явление Гиббса исключаем, заменив в выражении, $y(t_n) = v(t_n)\sum_i A_n \sin(\omega_i t_n + \phi_i)$,

представляющее результат измерения реального геофизического процесса, «выделяющую единичную прямоугольную функцию $v(t_n)$ на функцию с ограниченным спектром, что приведет к симметричности спектра произведения «выделяющей функции с ограниченным спектром» и «реального процесса также с ограниченным спектром». В качестве выделяющей функции с ограниченным спектром служит функция окна, построенная с помощью аппроксимации полиномами Чебышева.

Получим восстановленную непрерывную функцию и ее производную для алгоритма прогнозирования через ряд Тейлора.

$$\tilde{y}(d) = \frac{\sum_1^N y(n) b_n \sin \pi(d-n)}{\sum_1^N b_n \sin \pi(d-n)}, \qquad d = \frac{t}{\Delta\tau}, \qquad y'(m) = \sum_1^N \left[y(n) - y(m) \right] \frac{b_n}{b_m} \frac{(-1)^{(m-n)}}{m-n}.$$

В узловых точках в области будущего получаем при $d>n$:

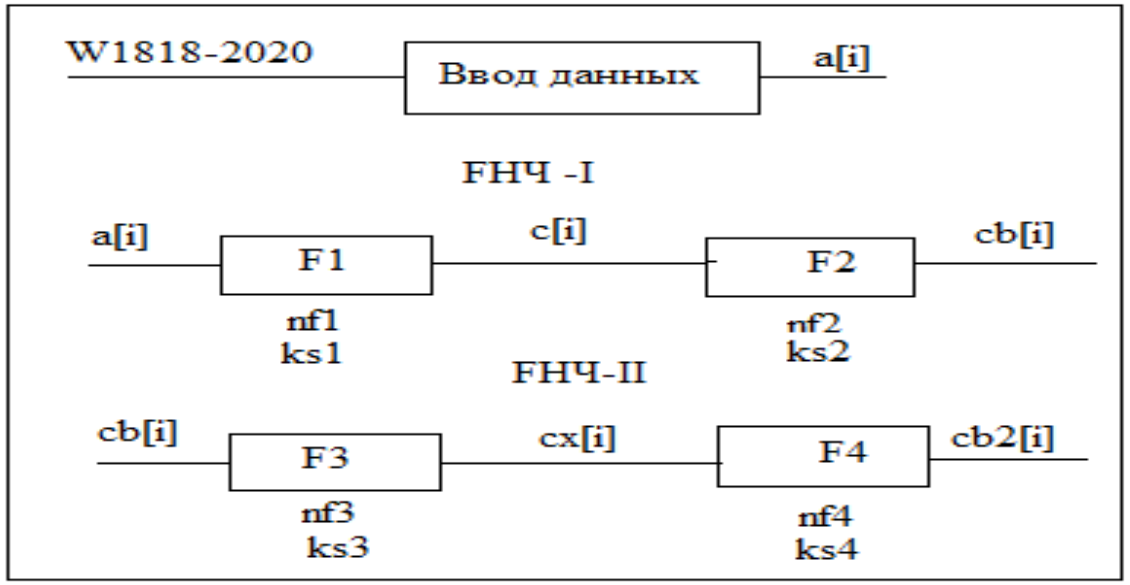
$$y_{эк}(d) = \frac{\sum_{n=-N}^{N} y(n) \frac{b_n}{d-n} (-1)^{d-n}}{\sum_{n=-N}^{N} \frac{b_n}{d-n} (-1)^{d-n}}$$

Фильтрация

1. В качестве цифрового фильтра используется Чебышевский фильтр, частотная характеристика которого эквивалентна сочетанию непрерывного осреднения и операции идеальной фильтрации

2. Фильтрация исходного процесса проводится цифровым фильтром в частотной области

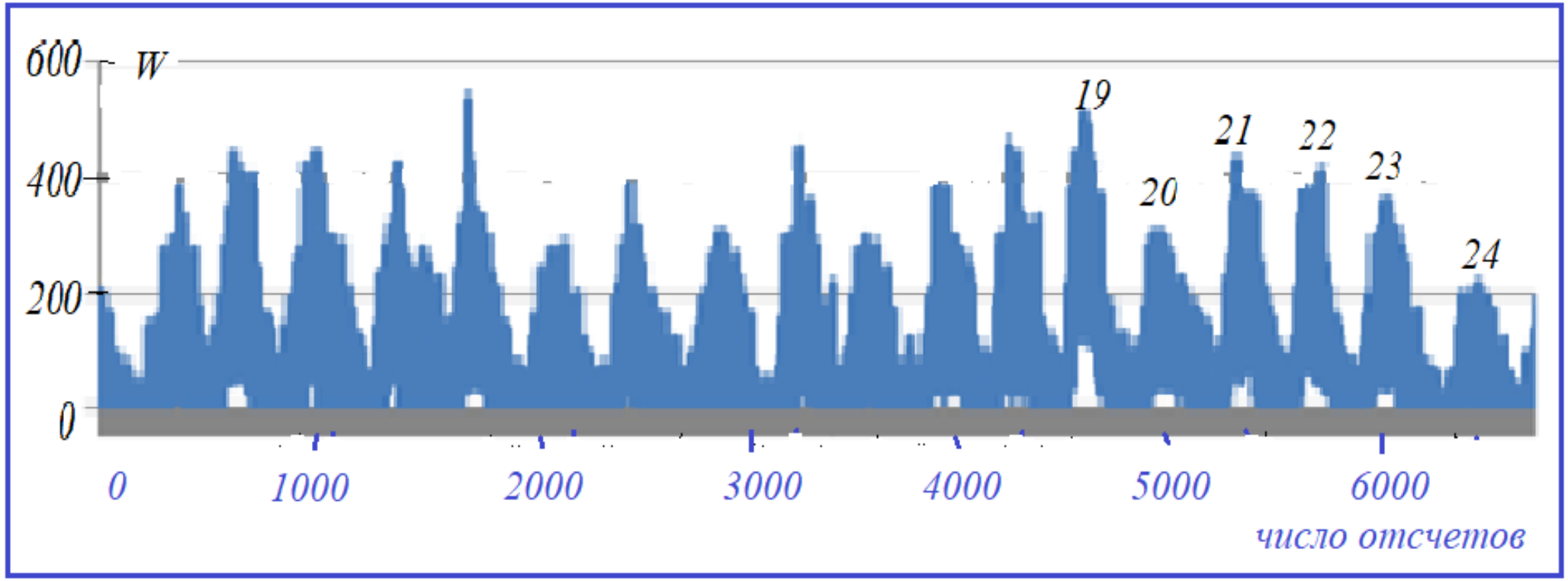
Блок-схема цифровой фильтрации данных СА состоит из двух каскадов ФНЧ-I, ФНЧ-II , каждый каскад имеет два модуля с параметрами *nf* - частота среза и *ks* - коэффициент сжатия.



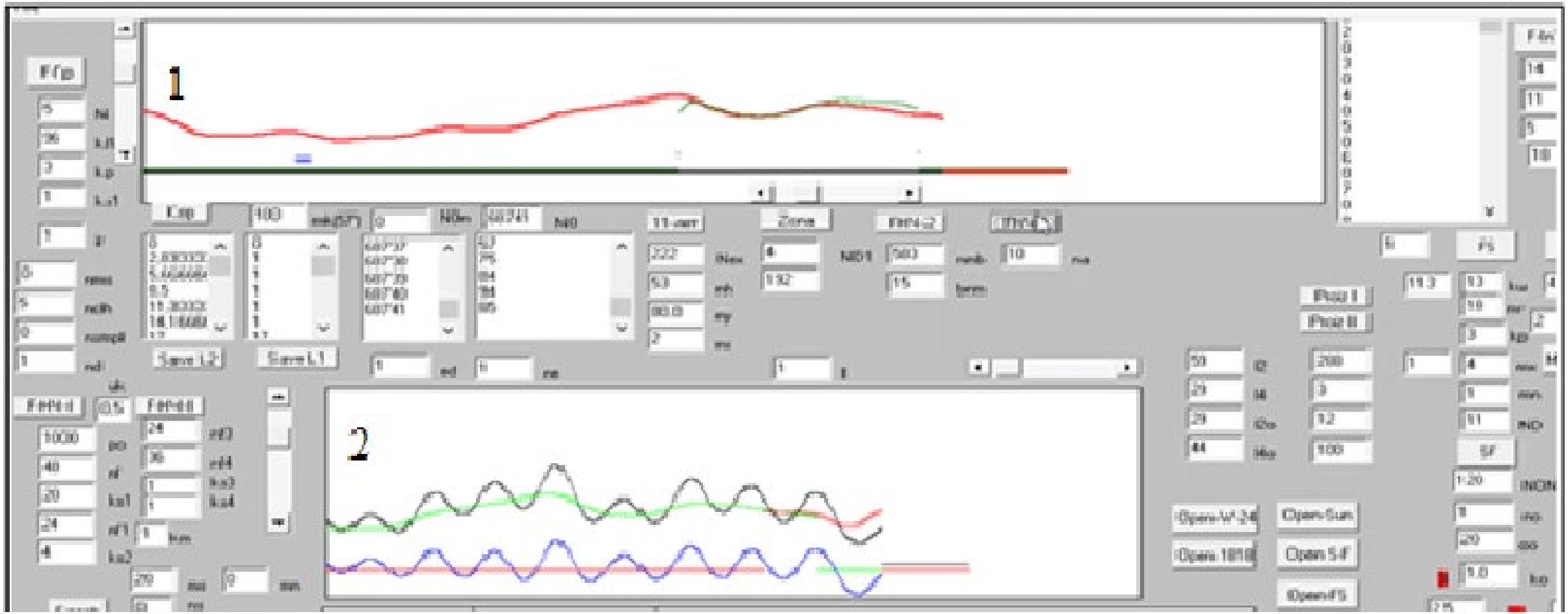
применена схема, соответствующая последовательному соединению двух фильтров: *непрерывного равновзвешенного осреднения и идеального фильтра*, позволяющая получать частотные характеристики цифрового фильтра исправленного непрерывного осреднения (ИНО), обеспечивающего АЧХ последовательного применения непрерывного осреднения и идеального фильтра нижних частот, которая в полосе пропускания повторяет АЧХ непрерывного осреднения, а в полосе среза АЧХ равна нулю. К цифровым фильтрам с частотной характеристикой, близкой к ИНО, относятся цифровые фильтры Чебышева 2-го рода, которые были использованы для прогноза солнечной активности.

Число значений СА, выбранных для фильтрации и прогноза 6874

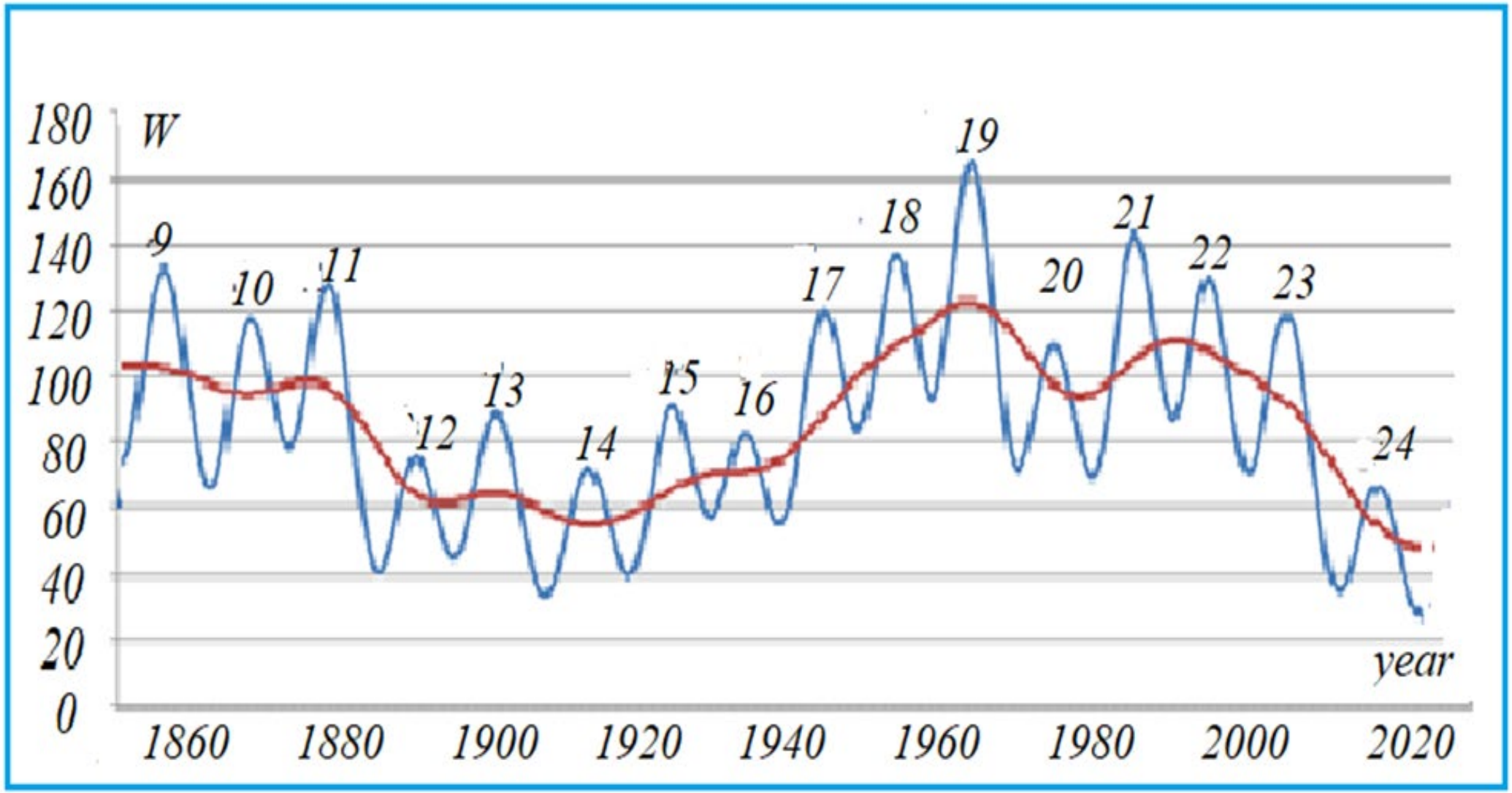
- С помощью цифровой фильтрации были выделены отдельные составляющие из измеренных значений СА



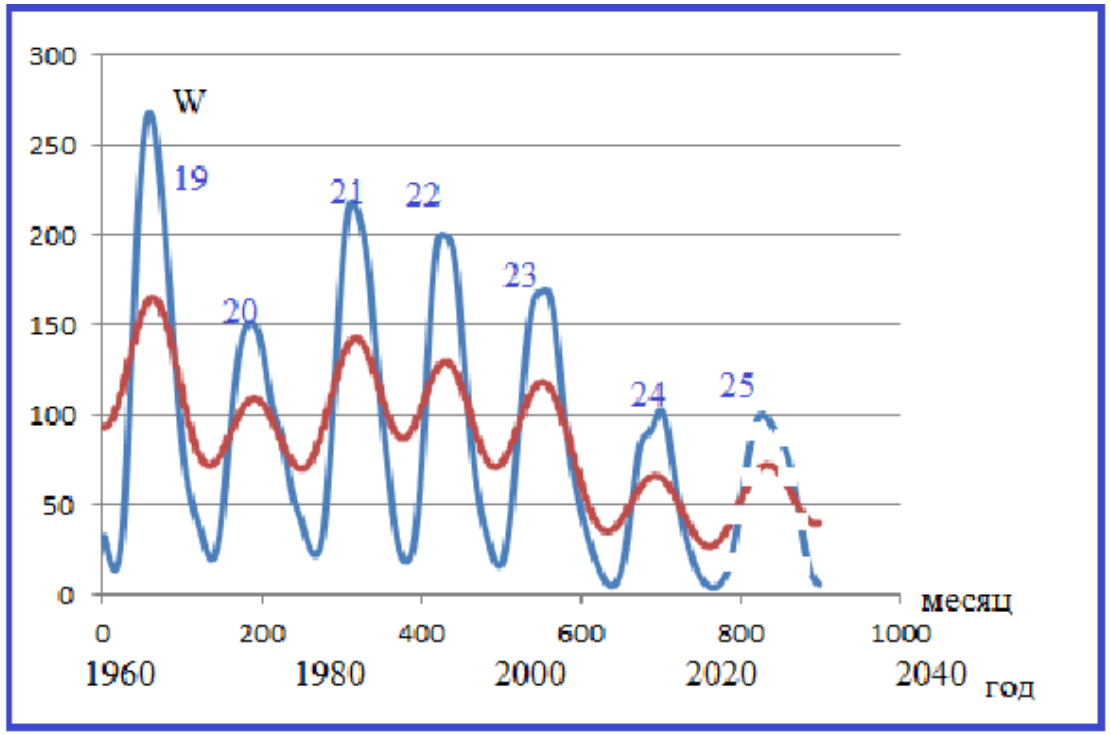
Фрагмент программы с выделением отдельных составляющих СА

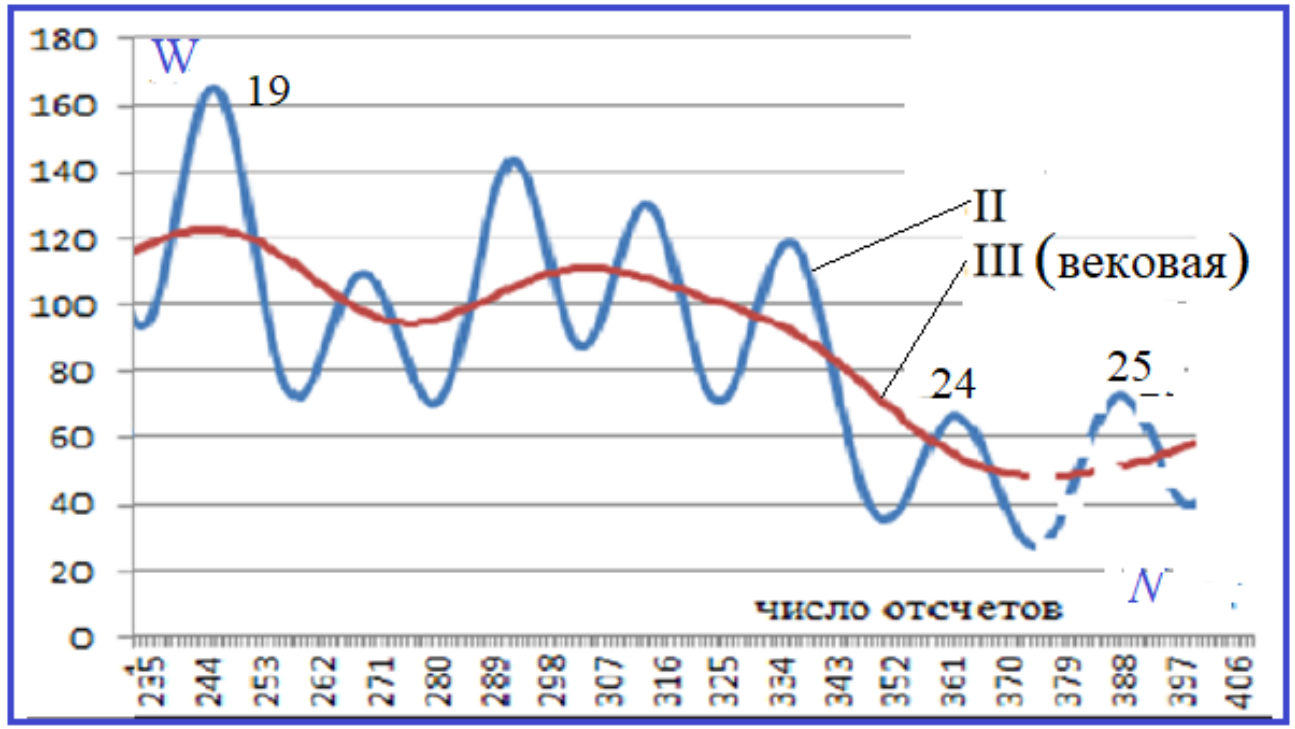


Выделение 11-летней и «вековой» составляющих чисел Вольфа



Экстраполяция I, II, «вековой» составляющих для 25 цикла СА



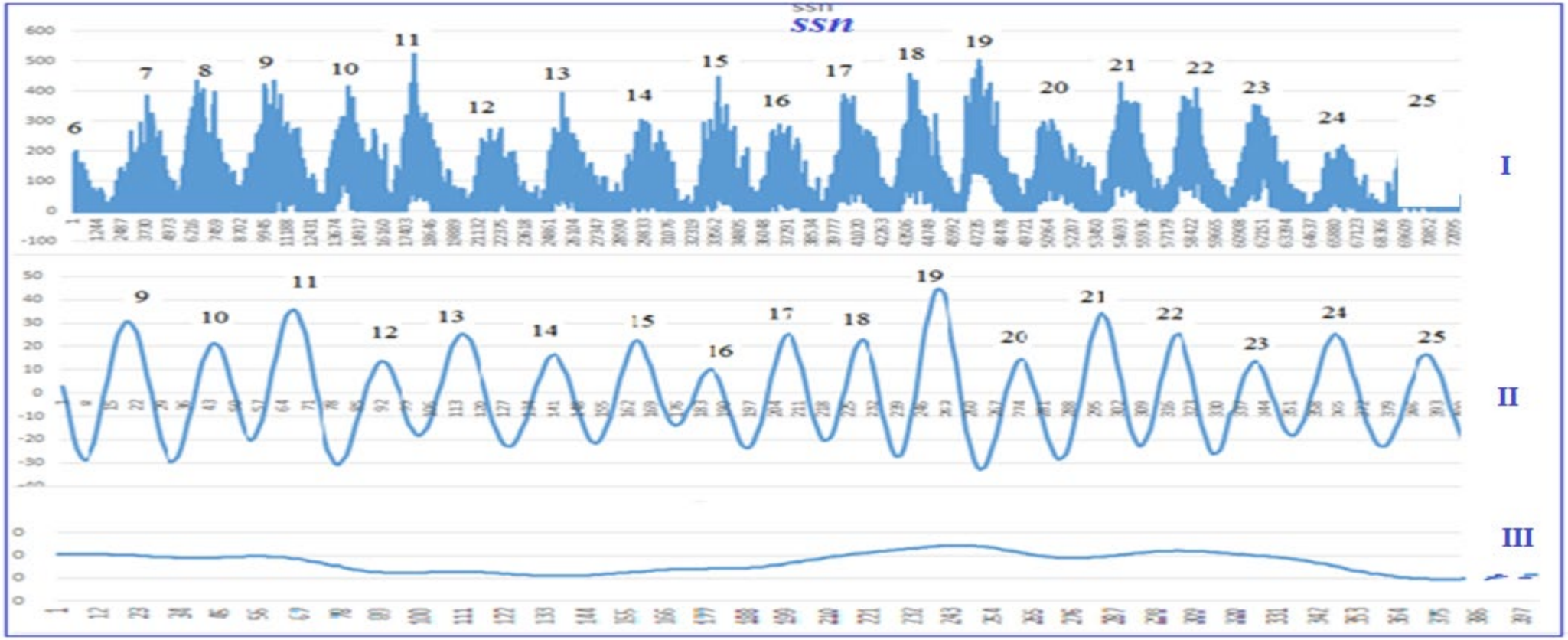


Прогноз 25-го цикла солнечной активности

I-измеренные данные чисел Вольфа

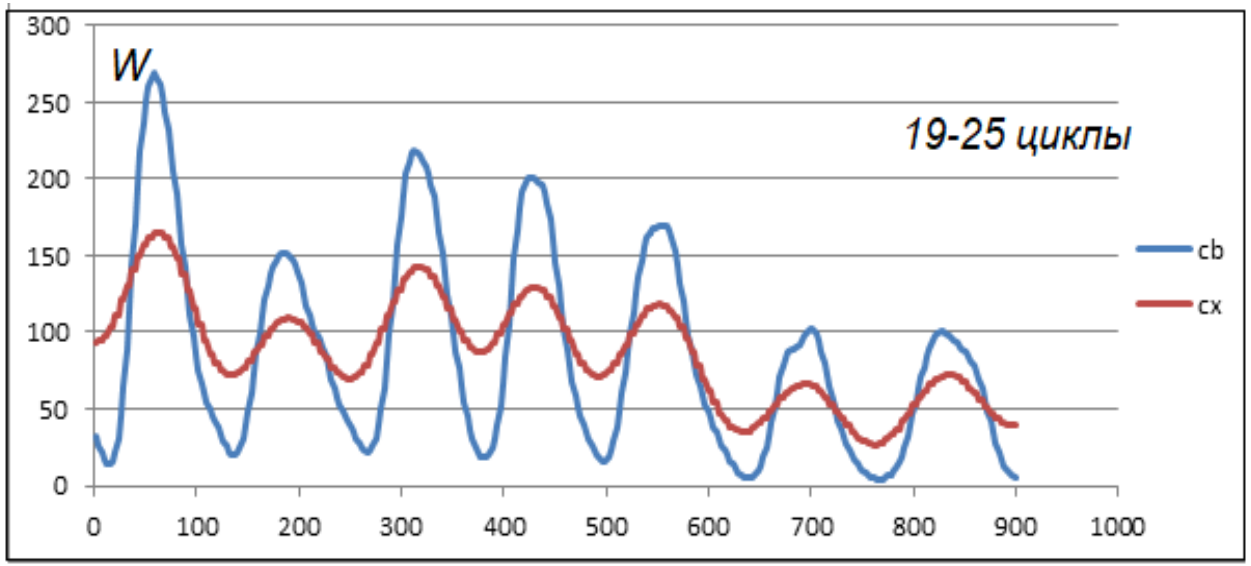
II- синусоидальная спектральная составляющая, 11-летние циклы

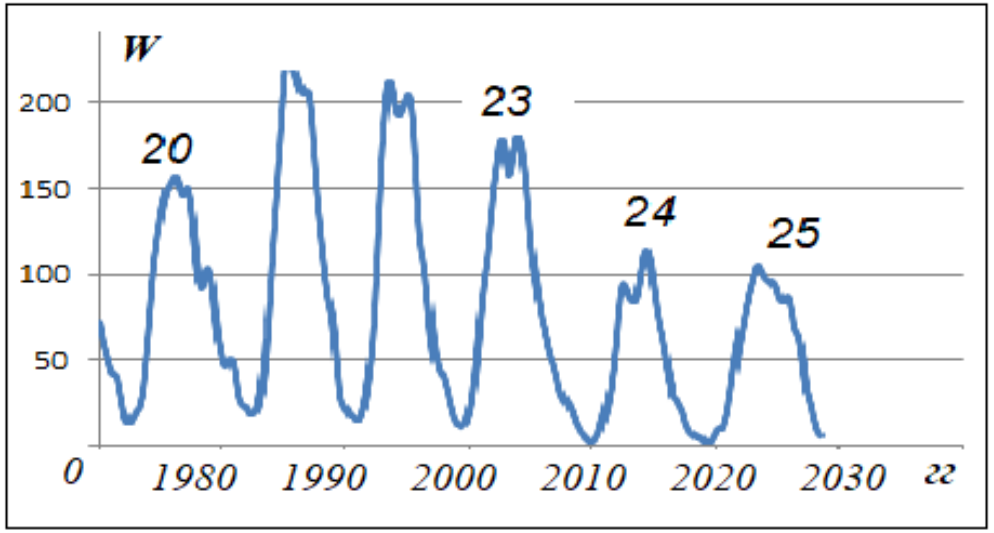
III- вековая составляющая и прогноз на 25-ц цикл



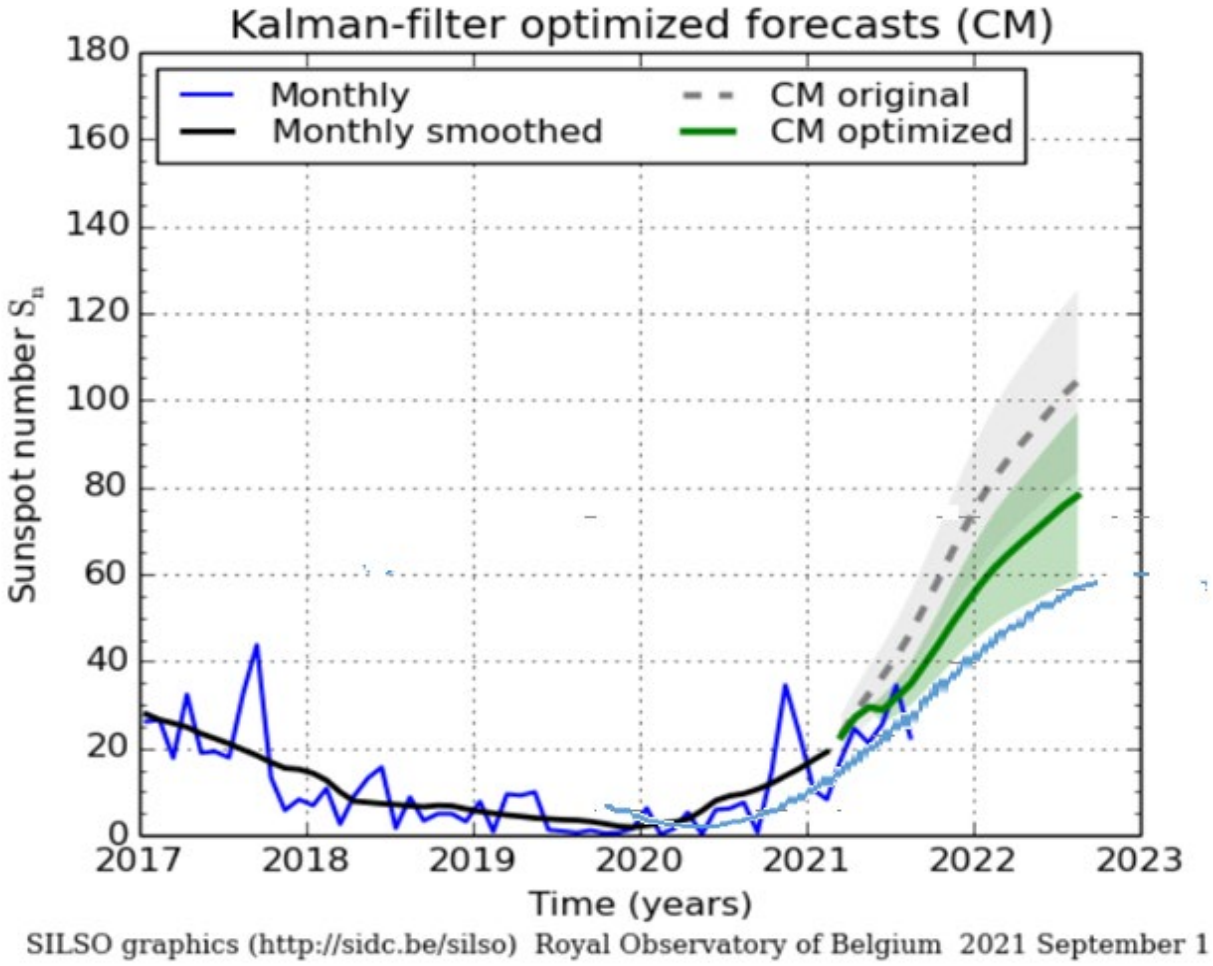
Результаты экстраполяции отдельных составляющих СА

Экстраполяция на 13-летний период показала, что на долгопериодной (вековой) составляющей начинается рост СА на несколько солнечных циклов. По нашим расчетам максимум ожидается в 2025 году на уровне 120-150 Rz. Возможен двойной максимум, аналогично 24 циклу СА.

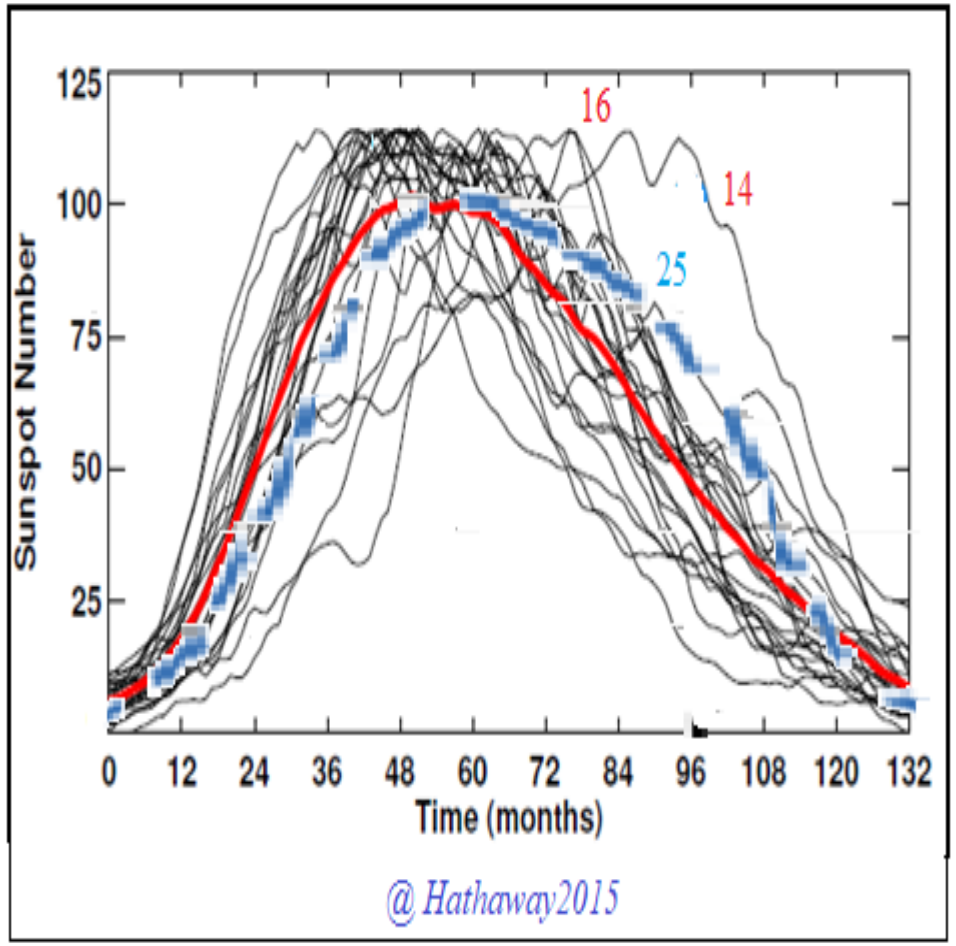




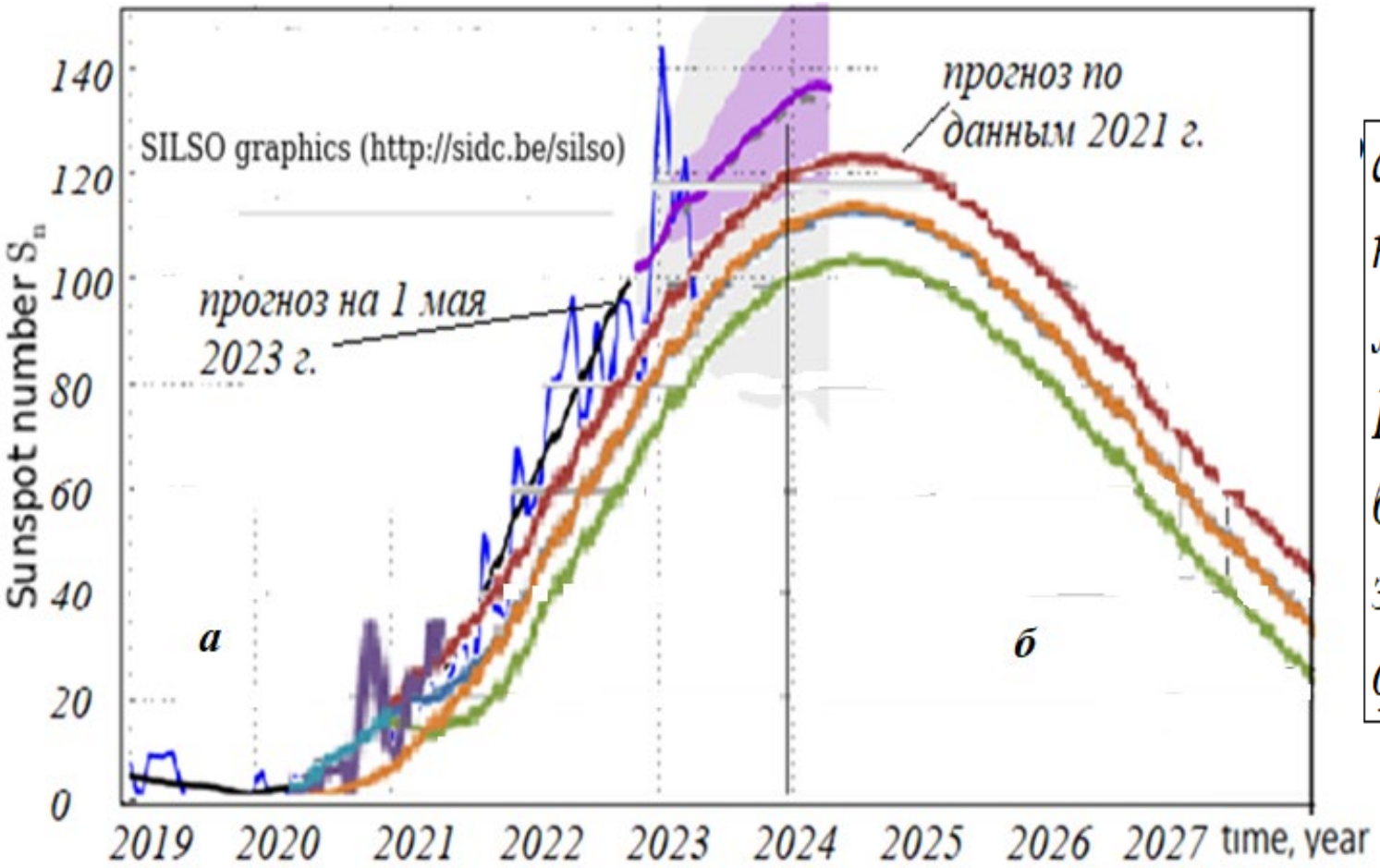
Сравнение результатов прогноза 25 цикла с прогнозом Бельгийского центра



с формами циклов из работы Hathaway 2015



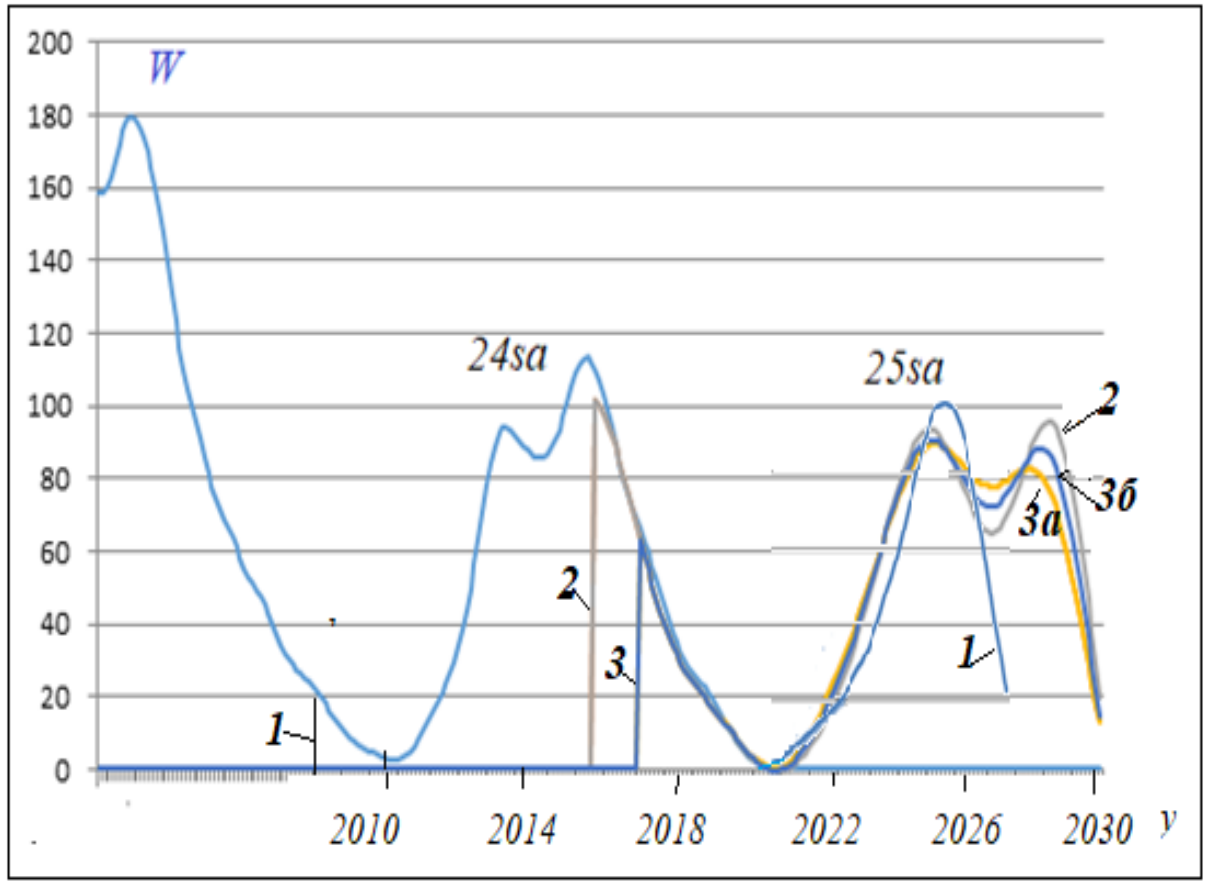
Сравнение результатов прогнозов с данными Бельгийской обсерватории на 1 мая 2023 года



а -прогноз Бельгийской обсерватории на 1 мая 2023 г. по методу Макниша и Линкольна, улучшенный фильтром Калмана.

б- три варианта прогноза авторов, в зависимости от параметров фильтра

Влияние выбора интервала прогнозирование на результат прогноза



- *Вертикальные линии 1,2,3 – начальные точки прогноза, соответствующие им прогнозные кривые: 1, 2.*
- *3а и 3б – вариации прогноза для различных параметров фильтров.*

Выводы

1. Фильтрация применяется для формирования сигнала с ограниченным спектром, что позволяет реализовать условия прогнозируемости.
2. Фильтрация позволяет исследовать сложный процесс в различных частотных диапазонах и проводить многоступенчатый прогноз для каждой узкополосной составляющей отдельно, что улучшает достоверность прогноза.

3. Анализ прогнозов 23-25 циклов СА по литературным источникам показал, что при использовании методов скользящего среднего сроки наступления максимума СА указываются на 1-2 года ранее наблюдаемых, что связано с не учётом в прогнозах длинных минимумов, наблюдаемых в этих циклах. Предлагаемый метод свободен от этого недостатка.
4.По прогнозу спектральных составляющих в 25 цикле СА ожидается среднегодовой максимум в 2025 году на уровне 120-150 Rz.
Возможен двойной максимум, аналогично 24 циклу.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
им. Н. В. Пушкова

Благодарю за внимание